

平成25年度入試
個別学力試験問題（後期日程）

数 学
(数理・情報システム学科)

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は4枚です。指示があつてから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

(1) 連立不等式

$$\sin x \geq \sin y, 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi$$

の表す領域を図示せよ。

(2) 連立不等式

$$|\sin x| \geq |\sin y|, |x| \leq \pi, |y| \leq \pi$$

の表す領域の面積を求めよ。

2 $r > 0, a > 0 > b$ とし、放物線 $y = rx^2$ 上の 2 点 $A(a, ra^2), B(b, rb^2)$ における接線をそれぞれ l_a, l_b とする。 l_a, l_b の交点を P とし、点 P を通り、 x 軸に垂直な直線と放物線 $y = rx^2$ との交点を Q とする。 $\triangle QAB$ の面積を S_1 , $\triangle PAB$ の面積を S_2 とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。

(2) 放物線 $y = rx^2$ と線分 AB で囲まれた図形の面積を S_3 とするとき、 $\frac{S_3}{S_2}$ の値を求めよ。

3 a を正の定数とし、楕円 $C: \frac{x^2}{4a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ を考える。点 P は C 上の点で、第 1 象限にあるものとする。点 P における C の接線 l と y 軸との交点を Q とし、 l と x 軸との交点を R とする。 $QP:PR = 1:3$ であるとき、次の問いに答えよ。

(1) P の座標と l の方程式を求めよ。

(2) C と l と y 軸とで囲まれた図形の面積 S を求めよ。

4 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。実数 s, t を用いて $sA + tE$ と表される行列全体の集合を S とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) A^2 は S の要素であることを示せ。

(2) $X^2 - 2X + 2E = O$ をみたす S の要素 X をすべて求めよ。