平成25年度入試【推薦入試Ⅰ】

小　論　文

〔数 理〕

（総合理工学部　数理・情報システム学科）

注　意

1　問題紙は指示があるまで開いてはいけない。

2　問題紙は2ページ，解答用紙は5枚である。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

3　答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。

4　各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示すること。

5　問題紙及び解答用紙は持ち帰ってはいけない。

問題 1　次の問いに答えよ。

(1)　次の関数を微分せよ。

(a)　$(x^2+x+1)^5$　　(b)　$\dfrac{1}{\sqrt{2+\cos x}}$

(2)　次の不定積分を求めよ。

(a)　$\displaystyle\int \sin^{2012} x \cos x \, dx$　　(b)　$\displaystyle\int x\sqrt{2x+3}\, dx$

問題 2　次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y = x\log x$ の増減を調べ，グラフの概形を描け。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to+0} x\log x = 0$ であることは用いてよい。

(2)　点 $(0,-1)$ を通る曲線 $y = x\log x$ の接線の方程式を求めよ。

(3)　k を実数とするとき，方程式 $x\log x = x + k$ の解の個数について調べよ。

問題 3　次の問いに答えよ。

(1)　不定積分 $\displaystyle\int te^{-t}\, dt$ を求めよ。

(2)　$x>0$ とするとき，積分 $\displaystyle\int_{-x}^{x} |t|e^{-t}\, dt$ を計算せよ。

(3)　$x>0$ に対して，$f(x) = \displaystyle\int_{-x}^{x} |t|e^{-t}\, dt$ とするとき，$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

問題 4　平面上の4点O，A，B，Cにおいて，$|\overrightarrow{OA}| = 1$，$|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{2}$，$\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$とし，$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$のなす角を$\theta$とする。$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$のとき，次の問いに答えよ。

(1)　内積$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$を$\theta$を用いて表せ。

(2)　$t = \sin\theta$とおいて，$|\sin\theta\overrightarrow{OA} + \cos\theta\overrightarrow{OC}|^2$を$t$の式で表せ。

(3)　$|\sin\theta\overrightarrow{OA} + \cos\theta\overrightarrow{OC}|$の最小値を求めよ。また，その最小値を与える$\theta$の値を求めよ。

問題 5　次の問いに答えよ。

(1)　2^6の約数の個数を求めよ。

(2)　15552の約数の個数を求めよ。

(3)　15552の全ての奇数の約数の和を求めよ。

(4)　15552の全ての約数の和を求めよ。