

平成 25 年度入試【推薦入学 I】

## 小 論 文

〔情報〕

(総合理工学部 数理・情報システム学科)

### 注 意

- 1 問題紙は、指示があるまで開いてはならない。
- 2 問題紙 4 ページ，解答用紙 4 枚である。指示があつてから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
- 3 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
- 4 問題紙および解答用紙は持ち帰ってはいけない。



の数の最大値で，以下のように帰納的に定義される：

- ・基礎ステップ：ただひとつの頂点からなる2分木 $T$ の高さ $h(T)$ は0である。
- ・帰納ステップ：2つの2分木 $T_1$ と $T_2$ の高さを $h(T_1), h(T_2)$ とすると，その2つの2分木から，上述の帰納的定義を使って作られる2分木 $T$ の高さ $h(T)$ は $h(T) = \max(h(T_1), h(T_2)) + 1$ で定義される．ここで $\max(a, b)$ は $a$ と $b$ の大きい方を値とする関数である。

このとき，以下の問に答えよ．すべての解答は解答用紙に記入すること．：

- (a) 2分木の頂点数 $n(T)$ の帰納的定義を述べよ．
- (b) 2分木の高さと頂点数に関する以下の不等式を帰納的に証明せよ．解答は以下の枠1)と2)に式や文を記入して証明を完成することで示せ．各枠の中には複数の式や文を記入してよい．

$$n(T) \geq 2h(T) + 1$$

証明：

基礎ステップ：ただひとつの頂点からなる2分木 $T$ に対しては，

1)

となり，問題文の不等式は成り立つ．

帰納ステップ：2つの2分木 $T_1$ と $T_2$ に対して不等式が成り立っていると仮定する．このとき，2分木の定義の帰納ステップを使って $T_1$ と $T_2$ から新たに作られる2分木 $T$ に対しては，

2)

となり，やはり問題文の不等式は成り立つ．

以上より，すべての2分木に対して問題文の不等式が成り立つことが示された．(証明終わり)

## 数理・情報システム学科 小論文（情報）問題2

有限個の数を順序付けして並べたものを列と呼ぶ。以下では、列  $A$  に対して、 $A$  に含まれている数を小さい方から並べた列  $B$  を作り出す方法について考える。数はすべて整数とする。列は  $( )$  内に、数を順に左から並べて表現する。例えば、 $(11, 8, 7)$  は、3つの数を含む列であり、1番目の数は11、2番目の数は8、3番目の数は7である。

具体的な方法は以下のようなになる。例えば、列  $A = (6, 5, 8, 7)$  に対してこの方法を使うと、列  $B = (5, 6, 7, 8)$  が得られる。

[列  $A$  から列  $B$  を作り出す方法]

- まず、列  $A$  の1番目の数を取り出して、その数のみからなる列  $B$  を作る。
- 次に、以下の操作を列  $A$  中の数がなくなるまで繰り返す。

列  $A$  の1番目の数を取り出して、列  $B$  へ移す。このとき、列  $B$  中で数が小さい方から並ぶようになる場所を見つけて、 $A$  から取り出した数を入れる。具体的には、列  $B$  の1番目の数、2番目の数、... と順に大小比較を繰り返して、 $A$  から取り出した数よりも、大きい数が見つかった場合は、その直前に挿入し、見つからなかった場合は、 $B$  の最後に付け加える。

- (a) 上記の方法について述べた次の文章について、 内を適当な数字または記号で埋めて、答えを解答用紙に記せ。

列  $A = (3, 1, 2, 4)$  を考える。まず、列  $A$  の1番目の数を取り出して、列  $B$  を作ると  $B = (3)$  となる。また、列  $A$  からは、3を取り出すので、 $A = (1, 2, 4)$  となる。

次に、列  $A$  から1番目の数である1を取り出して、列  $B$  へ移す。このとき、1と列  $B$  の1番目の数3を大小比較する。1は3より小さいので、3の直前に挿入する。つまり  $B = (1, 3)$  となる。列  $A$  からは1を取り出したので、 $A = (2, 4)$  となる。1を移すときに必要となる大小比較の回数は1回となる。

続いて、 $A$  の1番目の数2を取り出して、列  $B$  へ移す。まず、2を  $B$  の1番目の数1と大小比較して、次に  $B$  の2番目の数3と比較する。2は3より小さいので、結局  $B = \text{ア}$  となる。また、列  $A$  からは2を取り出したので、 $A = \text{イ}$  となる。2を移すときに必要となる大小比較の回数は  $\text{ウ}$  回となる。

最後にもう一度  $A$  の1番目の数を取り出して、列  $B$  に移す。列  $B$  の要素の1番目から順に大小比較していくと、最終的に列  $B$  は  $(1, 2, 3, 4)$  となる。列  $A$  には数が残っていないため、終了となる。列  $A$  の最後の数を列  $B$  に移す時に必要となる大小比較の回数は  $\text{エ}$  回となる。

- (b) 列  $A = (1, 2, 3, 4)$  に対して上記の方法を使って列  $B$  を作ると、大小比較は合計何回行われることになるか。

- (c) 列  $A = (n, n-1, \dots, 2, 1)$  は, 1 から  $n$  ( $n \geq 2$ ) までの  $n$  個の数が, 大きい方から順に並べられた列である. 上記の方法を使って列  $B$  を作ると, 大小比較は合計何回行われることになるか.  $n$  を使って示せ. また, なぜそのような結果が得られたかを説明せよ.

### 数理・情報システム学科 小論文 (情報) 問題 3

$n$  を 105 の倍数とする. 1 から  $n$  までの整数で, 3 の倍数でも 5 の倍数でも 7 の倍数でもない数が 144 個存在するとき,  $n$  はいくらか? またその理由を説明しなさい.

### 数理・情報システム学科 小論文 (情報) 問題 4

以下の問に答えよ.

- (a) 下図のように座標  $x-y$  に対して座標  $X-Y$  が一定の回転速度で回転しているとす  
る. 回転の中心は両座標に共通の原点  $O$  とする.  $x$  軸と  $X$  軸とのなす角が  $\theta$  のとき,  
座標  $X-Y$  において  $(a, b)$  という座標を持つ点は, 座標  $x-y$  においてはどのような  
座標を持つか答えよ.

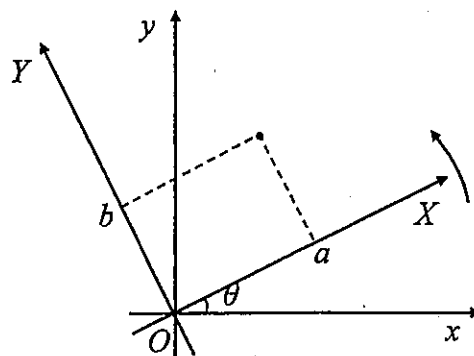


図 回転する座標

- (b) 座標  $x-y$  において,  $(p, q)$  という座標を持つ点は, 座標  $X-Y$  においてはどのような座標を持つか答えよ.