

平成25年度編入学者選抜試験【一般選抜】問題

数 学

(総合理工学部 数理・情報システム学科)

注 意

- 1 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
- 2 問題紙は2ページである。解答用紙は4枚である。指示があつてから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
- 3 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
- 4 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
- 5 試験終了後、問題紙は持ち帰ること。

平成 25 年度編入試験問題

問題 1.

次の 1, 2, 3 に答えよ。 \mathbb{R}^n は n 次列ベクトルのなす実ベクトル空間を表すこととする。

1.

- (1) 「実ベクトル空間 V の n 個のベクトル v_1, \dots, v_n が V の基底である」ことの定義を述べよ。
- (2) 実ベクトル空間 V のベクトル v_1, v_2, v_3 が 1 次独立であるとき, v_1, v_2, v_3, v_4 が 1 次従属であるならば, v_4 が v_1, v_2, v_3 の 1 次結合で表せることを示せ。

2.

行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ に対して, 写像 $f_A : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を $f_A(v) = Av$ ($v \in \mathbb{R}^5$) と定める。このとき,

- (1) 写像 f_A は線形写像であることを示せ。
- (2) f_A の核 $\ker f_A$ の基底を求めよ。

(3) \mathbb{R}^5 の標準基底と \mathbb{R}^3 の基底 $\{w_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, w_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, w_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\}$ に関する f_A の表現行列を求めよ。

3. n 次の実正方行列 B に対して, 線形写像 $f_B : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ を $f_B(v) = Bv$ ($v \in \mathbb{R}^n$) と定める。このとき, f_B が全射であれば, B は正則行列であることを証明せよ。

問題 2. (この問題の解答は問題 2(1枚目)に記入すること。)

1. $f(x)$ は実数全体で定義された以下の条件 (*) をみたす関数とする。

$$(*) \quad f''(x) = f(x), \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = 0$$

次の問い合わせよ。

- (1) $(f(x))^2 - (f'(x))^2 = 1$ を証明せよ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ と $f'(x)$ のグラフの概形をかけ。
- (4) 自然数 n に対し, $f^{(n)}(0)$ の値を求め, さらに $f(x)$ のマクローリン展開を求めよ。

2. (この問題の解答は問題 2(2枚目)に記入すること。)

m, n は自然数とし,

$$I(m, n) = \iint_D (x+y)^{m-1} x^{n-1} y \, dx dy, \quad D = \{(x, y) : x > 0, y > 0, x+y < 1\}$$

を定める。次の問い合わせよ。

- (1) 次の変数変換を行うことによって, $I(m, n)$ を u と v についての重積分に書き直せ。

$$u = x + y, \quad v = \frac{y}{x}$$

- (2) 積分値 $I(m, n)$ を求めよ。