

平成26年度入試【推薦入試Ⅰ】

小 論 文

〔数 理〕

(総合理工学部 数理・情報システム学科)

注 意

- 1 問題紙は指示があるまで開いてはいけない。
- 2 問題紙は2ページである。解答用紙は4枚である。指示があつてから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
- 3 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入すること。
- 4 問題紙及び解答用紙は持ち帰ってはいけない。

数理・情報システム学科 数理系コース 小論文 問題

問題 1 直径1の円周上に異なる4点A, B, C, Dがあり, 線分ACと線分BDは垂直に交わっている。線分ACと線分BDの交点をPとし, $\angle BAP = \alpha$, $\angle PAD = \beta$ とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, 加法定理以外の定理は自由に用いてよい。

- (1) $BC = \sin \alpha$ であることを証明せよ。
- (2) $BP = \sin \alpha \cos \beta$ であることを証明せよ。
- (3) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$ であることを証明せよ。

問題 2 関数 $f(x)$ が閉区間 $[a, b]$ で連続で, 开区間 (a, b) で微分可能ならば

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

となる点 c が区間 (a, b) 内に少なくとも1つある。これを平均値の定理という。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ を区間 $[0, 3]$ で考えるとき, 平均値の定理をみたすような c を求めよ。
- (2) 閉区間 $[a, b]$ で連続で, 开区間 (a, b) で微分可能な関数 $f(x)$ に対して, $f(x)$ が区間 $[a, b]$ で定数であることの必要十分条件は, (a, b) でつねに $f'(x) = 0$ であることを証明せよ。
- (3) 「関数 $f(x)$ が閉区間 $[a, b]$ で連続で, 1点 p ($a < p < b$) を除く开区間 (a, b) のすべての点で微分可能ならば

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

となる点 $c \neq p$ が区間 (a, b) 内に少なくとも1つある。」という命題が正しくないことを示したい。関数

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1 & (0 \leq x \leq 1 \text{ のとき}) \\ 2x - 2 & (1 \leq x \leq 2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

を調べることによって, 上の命題が正しくないことを示せ。

数理・情報システム学科 数理系コース 小論文 問題

問題 3 $a > 0$ とし、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = ax - \log(x + 1)$$

と定める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の定義域を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (3) k を実数とする。 $f(k) = 0$ が成り立つときの a の値を k を用いて表せ。
- (4) $a = \log 2$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ。

問題 4 1 から n までの自然数の和を

$$a_n = 1 + 2 + \cdots + n$$

とおく。また、 $b_n = 2n - 1$ を n 番目の奇数と呼ぶことにする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ であることを数学的帰納法により証明せよ。
- (2) 1 番目から n 番目までの奇数の和を求めよ。
- (3) $a_n + 1$ 番目から a_{n+1} 番目までの奇数の和を求めよ。
- (4) (1), (2), (3) の結果を用いて $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3$ を求めよ。