平成26年度入試【編入学一般入試】問題

数　　学

（総合理工学部 数理・情報システム学科 数理系）

注　意

1　問題紙は指示があるまで開いてはならない。

2　問題紙2ページ，解答用紙4枚である。

　指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

3　解答はすべて解答用紙の所定のところに記入すること。

4　解答用紙は持ち帰ってはいけない。

5　問題紙は持ち帰ること。

平成 26 年度編入試験問題

問題 1.

1．（この問題の解答は $\boxed{\text{問題 1(1 枚目)}}$ に記入すること。）

(3, 4) 型行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 8 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対して，写像 $f_A : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ を $f_A(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ と定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) f_A は線形写像であることを示せ。

(2) f_A の核 $\mathrm{Ker} f_A$ に属するベクトルをすべて求めよ。

(3) f_A の像 $f_A(\mathbb{R}^4)$ の基底を求めよ。

(4) $f_A(\boldsymbol{y}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ を満たすベクトル $\boldsymbol{y}$ をすべて求めよ。もしそのような $\boldsymbol{y}$ が存在しない場合はその理由を述べよ。

2．（この問題の解答は $\boxed{\text{問題 1(2 枚目)}}$ に記入すること。）

$\mathbb{R}$ 上のベクトル空間の 4 つのベクトル $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{v}_4$ に対して，$\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$ が 1 次独立であり，かつ $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3, \boldsymbol{v}_4$ が 1 次従属であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\boldsymbol{v}_4$ が $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$ の 1 次結合で表せることを示せ。

(2) $\boldsymbol{v}_4$ が 零ベクトルでないとき，$\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3$ の中に 2 つのベクトル $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ が存在して，$< \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{v}_4 > = < \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3 >$ となることを示せ。ただし，$\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{y}$，$\boldsymbol{z}$ で張られる部分空間を $< \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{z} >$ で表わす。

問題 2.

1．　次の問いに答えよ。(この問題の解答は$\boxed{\text{問題 2(1 枚目)}}$に記入すること。)

(1) $(1+x)^{1/10}$ のマクローリン級数を x^3 の項まで求めよ。

(2) $(1.2)^{1/10}$ の近似値を小数点第3位まで正確に求めよ。

(3) $I_n = \displaystyle\int_0^1 (\arcsin x)^n \, dx \ (n \geqq 0)$ とおく。$t = \arcsin x$ とおいて I_n を t の積分で表わせ。

(4) $n \geqq 2$ のとき，I_n と I_{n-2} の関係を求めよ。さらに，I_2 を求めよ。

2．　次の問いに答えよ。(この問題の解答は$\boxed{\text{問題 2(2 枚目)}}$に記入すること。)

(1) $0 < r_1 < r_2$ とし，$D_1 = \{(x,y) : r_1^2 \leqq x^2 + y^2 \leqq r_2^2\}$ と定める。このとき，積分 $\displaystyle\iint_{D_1} \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha} \, dxdy$ の値を求めよ。

(2) $0 < r$ とし，$D_2 = \{(x,y) : 0 < x^2 + y^2 \leqq r^2\}$ と定める。このとき，広義積分 $\displaystyle\iint_{D_2} \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha} \, dxdy$ が収束する α の範囲を求めよ。

(3) 以下に現れる関数はすべて $\mathbb{R}^2$ 上で C^1 級とする。写像

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x,y) = (u(x,y), v(x,y))$$

と二変数関数 $g(u,v)$ の合成を $F = g \circ f$ と定める。このとき，

$$F(x,y) = (g \circ f)(x,y) = x$$

ならば，以下の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\begin{pmatrix} g_u & g_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$