平成２７年度島根大学大学院

教育学研究科入試問題（Ｉ期）

《教育内容開発専攻　数理系教育コース》

専門科目

注　意

1　問題紙は，指示があるまで開いてはならない。

2　問題紙３枚，解答用紙３枚，下書き用紙１枚である。

指示があってから確認し，解答用紙と下書き用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

3　解答は，解答用紙に清書すること。

4　問題紙は，持ち帰ること。

第1問［数学（線型代数学）］

次の（1），（2），（3）を解答せよ。

（1） 連立方程式

$$\begin{cases} 2x + 2y - 2z &= 4 \\ x - 2y &= 1 \\ 5x - 5y - 2z &= 2 \end{cases}$$

の解を，拡大係数行列の基本変形を利用して求めよ。

（2） 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

（3） V，V' を実線型空間とする。このとき，線型写像 $f : V \to V'$ の核 $\mathrm{Ker} f$ は V における部分線型空間になっていることを証明せよ。

≪数理系教育コース≫

第２問［数学(微分積分学)］

次の(A)，(B)，(C)から１題を選択し，解答せよ。

(A) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ を実数列で，ある $0<r<1$ が存在し，任意の $n\in\mathbb{N}$，$n\geq 1$ に対して

$$|a_{n+1}-a_n|\leq r|a_n-a_{n-1}|$$

が成り立つものとするとき，次のことを証明せよ。

(1) $m\leq n$ を満たす任意の $m,n\in\mathbb{N}$ に対して

$$|a_n-a_m|\leq \frac{r^m-r^n}{1-r}|a_1-a_0|$$

が成り立つ。

(2) $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ は収束列である。

(B) 次の問いに答えよ。

(1) $-1<k<1$ とするとき，次の広義積分

$$\omega=2\int_0^1\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}dx,\quad K(k)=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}}dy$$

が収束することを証明せよ。さらに，$(x,y)=(\cos\theta,\sin\theta)$ $\left(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2}\right)$ と置換することによって

$$\omega=\sqrt{2}K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

が成り立つことを証明せよ。

(2) $a>0$ とするとき，次の $\mathbb{R}^2$ 上の曲線

$$C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ ;\ (x^2+y^2)^2=2a^2(x^2-y^2)\}$$

を極座標を用いて表せ。さらに，C の長さ $l(C)$ を ω，a を用いて表せ。

(C) 次の問いに答えよ。

(1) 次の２次正方行列

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

の固有値を求めよ。

(2) $C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ ;\ x^2+y^2=1\}$ とおくとき，次の C 上の関数

$$f(x,y)=3x^2+2xy-y^2\quad((x,y)\in C)$$

が C で最大・最小となることを証明せよ。さらに，f の C での最大値・最小値を求めよ。

第３問［数学科教育学］

次の（１），（２）を解答しなさい。

（１）「関数」について説明しなさい。

（２）「関数的な見方・考え方」について，できるだけ詳しく説明しなさい。