

平成27年度島根大学大学院

教育学研究科入試問題（I期）

《教育内容開発専攻 数理系教育コース》

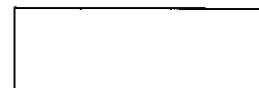
専門科目

注 意

- 1 問題紙は、指示があるまで開いてはならない。
- 2 問題紙3枚、解答用紙3枚、下書き用紙1枚である。

指示があってから確認し、解答用紙と下書き用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

- 3 解答は、解答用紙に清書すること。
- 4 問題紙は、持ち帰ること。



第1問 [数学(線型代数学)]

次の(1), (2), (3)を解答せよ。

(1) 連立方程式

$$\begin{cases} 2x + 2y - 2z = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 5x - 5y - 2z = 2 \end{cases}$$

の解を, 拡大係数行列の基本変形を利用して求めよ。

(2) 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

(3)  $V, V'$  を実線型空間とする。このとき, 線型写像  $f: V \rightarrow V'$  の核  $\text{Ker} f$  は  $V$  における部分線型空間になっていることを証明せよ。

第2問 [数学(微分積分学)]

次の(A), (B), (C)から1題を選択し, 解答せよ。

(A)  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  を実数列で, ある  $0 < r < 1$  が存在し, 任意の  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$  に対して

$$|a_{n+1} - a_n| \leq r|a_n - a_{n-1}|$$

が成り立つものとするとき, 次のことを証明せよ。

(1)  $m \leq n$  を満たす任意の  $m, n \in \mathbb{N}$  に対して

$$|a_n - a_m| \leq \frac{r^m - r^n}{1 - r} |a_1 - a_0|$$

が成り立つ。

(2)  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  は収束列である。

(B) 次の問いに答えよ。

(1)  $-1 < k < 1$  とするとき, 次の広義積分

$$\omega = 2 \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^4}} dx, \quad K(k) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-y^2)(1-k^2y^2)}} dy$$

が収束することを証明せよ。さらに,  $(x, y) = (\cos \theta, \sin \theta)$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) と置換することによって

$$\omega = \sqrt{2} K\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

が成り立つことを証明せよ。

(2)  $a > 0$  とするとき, 次の  $\mathbb{R}^2$  上の曲線

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)\}$$

を極座標を用いて表せ。さらに,  $C$  の長さ  $l(C)$  を  $\omega$ ,  $a$  を用いて表せ。

(C) 次の問いに答えよ。

(1) 次の2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

の固有値を求めよ。

(2)  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$  とおくとき, 次の  $C$  上の関数

$$f(x, y) = 3x^2 + 2xy - y^2 \quad ((x, y) \in C)$$

が  $C$  で最大・最小となることを証明せよ。さらに,  $f$  の  $C$  での最大値・最小値を求めよ。

第3問 [数学科教育学]

次の(1), (2)を解答しなさい。

- (1) 「関数」について説明しなさい。
- (2) 「関数的な見方・考え方」について、できるだけ詳しく説明しなさい。