平成２８年度入試

個別学力試験問題（前期日程）

数　　学

〔医　学　部　医　学　科
総合理工学部数理・情報システム学科〕

学部・学科	問題
医学部医学科	1, 3, 4, 5
総合理工学部数理・情報システム学科	2, 3, 4, 5

注　意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は3ページ，解答用紙は4枚です。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 医学部医学科の受験生は1，3，4，5の問題を，総合理工学部数理・情報システム学科の受験生は2，3，4，5の問題を解答してください。
4. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面は使わないでください。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。小問に分けられているときは，小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後，問題紙は持ち帰ってください。

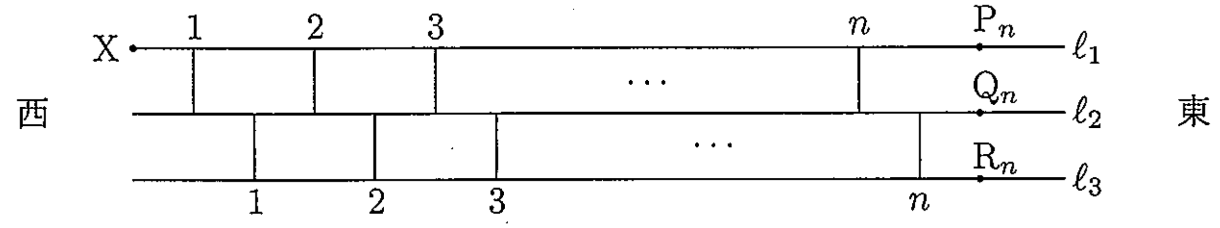
$\boxed{1}$ (医学部医学科用問題)　k を自然数とする。次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{n^2+7}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。

(2) $\sqrt{n^2+7^2}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。

(3) $\sqrt{n^2+7^k}$ が自然数となるような自然数 n をすべて求めよ。

$\boxed{2}$ (総合理工学部数理・情報システム学科用問題)　n を自然数とする。下図のように，3 本の平行な道路 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 があり，ℓ_1, ℓ_2 をつなぐ縦の道と，ℓ_2, ℓ_3 をつなぐ縦の道がそれぞれ n 本ずつ，交互に配置されているとする。



次の規則に従い図の X から出発して P_n, Q_n, R_n に到達する経路の個数をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする。

(規則) ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 は一方通行であり，西方向には進むことができない。
また，一度通った縦の道を再び通ることもできない。

次の問いに答えよ。

(1) a_2, b_2 を求めよ。

(2) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。

(3) $b_n = c_n$ が成り立つことを証明せよ。

(4) $a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots, a_k, b_k, \ldots$ と順に並べてできる数列を $\{f_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とする。f_{n+2} を f_n, f_{n+1} を用いて表せ。また，それを用いて a_7 を求めよ。

3 （共通問題） 次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $t^2+5t+2=0$ の解を α, β とするとき，$\alpha^2+\beta^2$ の値を求めよ。

(2) u, v を実数とする。2 次方程式 $t^2-ut+v=0$ が実数解をもつとき，点 (u, v) の存在範囲を図示せよ。

(3) 平面上の点 (a, b) が原点を中心とする半径 1 の円の内部を動くとき，点 $(a+b, ab)$ の動いてできる領域を図示せよ。

4 （共通問題） 複素数平面上に点 $\mathrm{O}(0)$, $\mathrm{P}(-1+\sqrt{3}i)$, $\mathrm{Q}(2)$ と，これら 3 点を通る円 C がある。ただし，i は虚数単位とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 複素数 $-1+\sqrt{3}i$ を極形式で表せ。ただし，偏角 θ の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(2) $\angle\mathrm{OPQ}$ の大きさを求めよ。

(3) 円 C と虚軸との交点のうち，O でない点を R とする。R を表す複素数を求めよ。

(4) 円 C の中心を表す複素数を c とする。点 z が円 C 上を動くとき，複素数 $w=\dfrac{z-1}{z-c}$ がえがく図形を図示せよ。

$\boxed{5}$ （共通問題） $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ とする。xy 平面上の曲線 $\dfrac{x^2}{\cos^2 \alpha} + \dfrac{y^2}{\sin^2 \alpha} = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}$ の $x \geqq 0,\ y \geqq 0$ の部分を $C(\alpha)$ とし，曲線 $C(\alpha)$ と y 軸，および直線 $y = x$ で囲まれた図形を $D(\alpha)$ で表す。次の問いに答えよ。

(1) 曲線 $C(\alpha)$ と直線 $y = x$ の交点の座標を求めよ。

(2) 図形 $D(\alpha)$ の面積 $S(\alpha)$ を求めよ。

(3) 図形 $D(\alpha)$ を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 $V(\alpha)$ を求めよ。

(4) (2), (3) で求めた $S(\alpha),\ V(\alpha)$ に対して，$\displaystyle\lim_{\alpha \to +0} \frac{\{V(\alpha)\}^2}{\{S(\alpha)\}^3}$ を求めよ。