平成２９年度

島根大学大学院総合理工学研究科博士前期課程

総合理工学専攻

（物理・材料科学コース）

入試問題（第１次）

【 物理学 】

注　意

1　問題紙は，指示があるまで開いてはならない。

2　問題紙　１０ページ，解答用紙　１４枚である。

指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

3　解答は，解答用紙に清書すること。

4　問題１から４までの４問は必須問題とする。問題５と６は選択問題とし，いずれか１問を選んで解答すること。また，選択した問題の解答用紙には所定欄に○を記入すること。

5　解答用紙はすべて回収するので持ち帰らないこと。

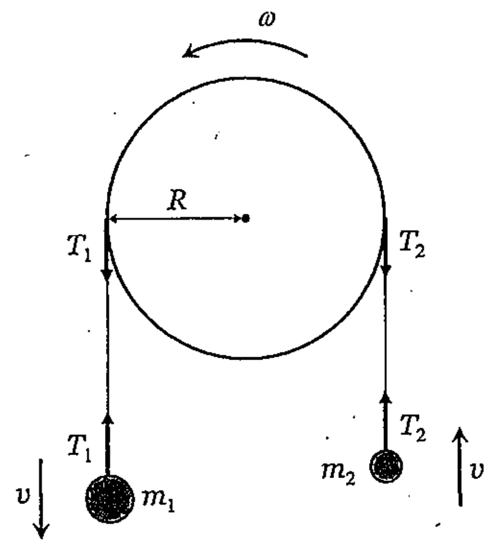
6　問題紙は，持ち帰ること。

総合理工学専攻

（物理・材料科学コース）　物理学　問題

1

図のように，回転軸の摩擦が無視できる半径 R，質量 M の滑車に，両端に質量 m_1, m_2（$m_1 > m_2$）のおもりを取り付けた質量が無視できる糸をかける。糸は滑車面をすべらず，伸びないものとする。その後，静かに手を放したところ，おもりは加速度 a で運動を始めた。糸の張力をそれぞれ T_1，T_2 とし，m_1 のおもりの下向きおよび m_2 のおもりの上向きの速度を v とし，滑車の角速度を v の向きと一致する向きを正にとって ω とする。滑車の慣性モーメントを I，重力加速度を g として以下の問いに答えよ。



(1) m_1 のおもり，m_2 のおもり，滑車の運動方程式をそれぞれ示せ。

(2) a と ω の関係を示せ。

(3) a を m_1，m_2，R，I，g を用いて表せ。

以下，滑車は一様な円盤であるとする。

(4) $I = \frac{1}{2}MR^2$ となることを示せ。

(5) この装置では，各物体の質量（m_1，m_2，M）さえわかっていれば，m_1 のおもりが運動を始めてから時間 t の間に落下した距離 y を観測することで，g を求めることができる。g を m_1，m_2，M，y，t を用いて表せ。

$\boxed{2}$

図のように，半径 a の金属球とそれを囲む内半径 b，外半径 c の金属の同心球殻がある（$a < b < c$）。球と同心球殻の各領域を，中心からの距離を r として，① $r < a$（金属球内），② $r = a$（金属球表面），③ $a < r < b$（球と球殻の間），④ $r = b$（球殻内側表面），⑤ $b < r < c$（球殻内部），⑥ $r = c$（球殻外側表面），⑦ $r > c$（球殻外側）と番号で指定する。以下の問いに答えよ。

（Ⅰ）半径 a の金属球に電荷 $+Q$ を与えた。

(1)　①，②，④，⑤，⑥の各領域に現れる電荷量を答えよ。

(2)　ガウスの法則を用いて①，③，⑤，⑦の各領域における電場の強さを求め，式で表せ。

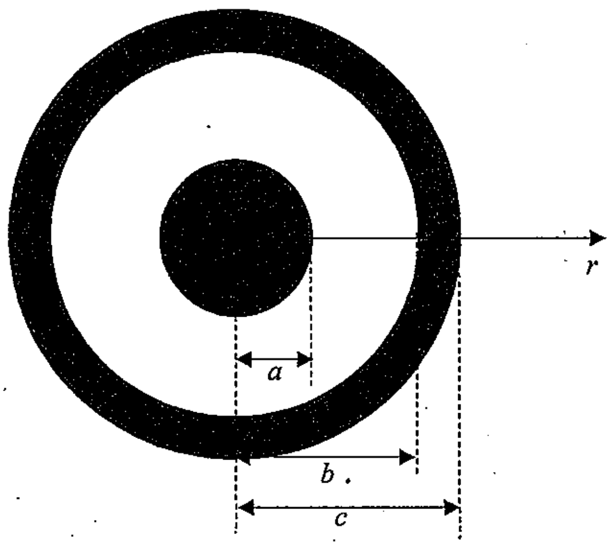
(3)　①，③，⑤，⑦の各領域のおける電位 V を式で表せ。ただし，無限遠方（$r \to \infty$）を電位の基準（V=0）とする。

(4)　横軸を r として(3)の結果をグラフに表せ。

（Ⅱ）次にすべての電荷を取り去った後，金属球を接地し金属球殻に $+Q$ を与えた。このとき金属球に電荷が現れ，その総電荷量が $-Q'$ であったとする。

(1)　①，②，④，⑤，⑥の各領域に現れる電荷量を答えよ。

(2)　Q' を式で表せ。



3

単位体積当たりNコの原子からなる系がある。それぞれの原子はμの磁気モーメントを持っているものとする。磁気モーメント間の相互作用はないものとする。この系に一様な磁場 $\boldsymbol{B}$ が印加されている。この系の温度をT, ボルツマン定数をk_B, $|\boldsymbol{B}| = B$, $|\boldsymbol{\mu}| = \mu$ として，以下の問いに答えよ。

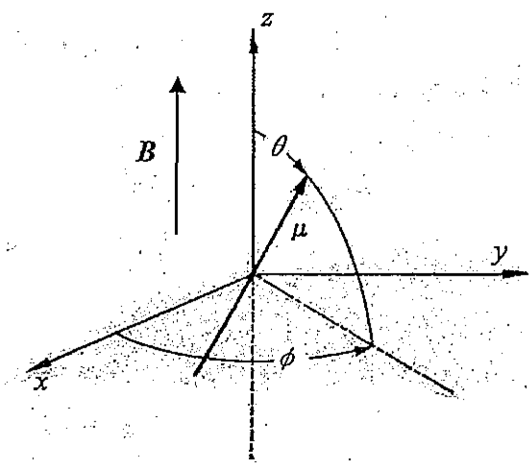
(1) 次の文章中の □ に当てはまる適当な数式を答えよ。

磁気モーメントと磁場とのゼーマン相互作用によるエネルギーは磁場と磁気モーメントのベクトルの内積 $U = -\boldsymbol{\mu}\cdot\boldsymbol{B}$ で与えられるので，それらのなす角度をθとすると，1原子のエネルギーU は$U=$ $\boxed{①}$ で与えられる。また，μの磁場方向成分は $\mu\cos\theta$ であり，単位体積当たりの磁気モーメントである磁化Mはi番目の磁気モーメントの磁場に対する角度をθ_i とすると

$$M = \sum_{i=1}^{N} \mu\cos\theta_i \qquad \text{(A)}$$

で与えられる。この量は $\cos\theta$ の熱平均値 $\langle\cos\theta\rangle$ を用いると，$M=$ $\boxed{②}$ で与えられる。ボルツマン分布則によると，μがBに対して下図のような方向をもつとき，μが絶対温度Tにおいて立体角要素 $d\Omega = \sin\theta\, d\theta d\phi$ の中に見出される確率は $\boxed{③}$ $d\Omega$ に比例する。したがって，すべての立体角にわたり積分すると分配関数Zは$Z=$ $\boxed{④}$ で与えられる。$\langle\cos\theta\rangle$ はZを用いて次式で与えられる。

$$\langle\cos\theta\rangle = \frac{\boxed{⑤}}{Z} \qquad \text{(B)}$$



(2) (B)式を計算すると

$$\langle\cos\theta\rangle = \frac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}} - \frac{1}{x} \qquad \text{(C)}$$

を得ることができる。ここで $x = \dfrac{\mu B}{k_B T}$ である。

① 温度 T をゼロに近づけたときの磁化 M を式で表し，原子の磁気モーメントがどのように振る舞うのかを説明せよ。

② 温度が高いとき，すなわち，$x \ll 1$ では，(C)式の第１項目は下の(D)式のように表すことができる。(D)式の２項目までを用いて磁化 M を式で表せ。また M は $T \to \infty$ の極限でどのような値をとるかを示し，原子の磁気モーメントがどのように振る舞うのかを説明せよ。

$$\frac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}=\frac{1}{x}+\frac{x}{3}-\frac{x^{3}}{45}+\cdots \qquad \text{(D)}$$

③ 磁化 M を縦軸，磁場 B を横軸として M の磁場依存のグラフの概形を描け。B が十分に大きいとき，すなわち，$x \gg 1$ のときの M の値も示すこと。また，原子の磁気モーメントが磁場の増加とともにどのように振る舞うのかを説明せよ。

4 井戸型ポテンシャル

$$V(x)=\begin{cases}0 & (0\le x\le L)\\ \infty & (x<0,\ x>L)\end{cases}$$

中でx軸上を運動する質量mの粒子を考える。以下の問いに答えよ。

(1) $0<x<L$の領域における，エネルギーEをもつ定常状態の波動関数$\phi(x)$が満たす1次元シュレーディンガー方程式を書き，その一般解を求めよ（任意定数は各自で与えること）。ただし記号 $k=\sqrt{2mE}/\hbar$ を用いよ。

(2) (1)の一般解$\phi(x)$が$x=0$および$x=L$で満たすべき境界条件をそれぞれ記し，それらのためにkが

$$k=\frac{n\pi}{L}\quad(n=1,2,3,\ldots)$$

と量子化されることを示せ。

(3) 量子数nに対応する規格化された波動関数$\phi_n(x)$を求めよ。また，対応するエネルギー固有値E_nをn, m, L, $\hbar$を用いて表せ。

(4) 異なる量子数n, n'に対応する波動関数$\phi_n(x)$, $\phi_{n'}(x)$が直交すること

$$(\phi_n,\ \phi_{n'})=0\quad(n\neq n')$$

を示せ。

(5) 波動関数$\phi_1(x)$で表される定常状態にある粒子についてその位置を測定する実験を行うとき，井戸の左4分の1の領域 $0<x<L/4$ に見出される確率Pを求めよ。

(6) 波動関数

$$\phi(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{L}} & (0<x<L)\\ 0 & (x\le 0,\ x\ge L)\end{cases}$$

で表される非定常状態にある粒子についてそのエネルギーを測定する実験を行うとき，E_1が得られる確率P_1を求めよ。

(7) もし，E_1に比べて十分大きいが有限の高さV_0をもつ井戸型ポテンシャル

$$U(x)=\begin{cases} 0 & (0 \le x \le L) \\ V_0 & (x<0,\ x>L) \end{cases}$$

中で粒子を運動させた場合には，おおよそ何種類の束縛状態が定常状態として存在できると考えられるか。ポテンシャル$U(x)$の場合の遠方での波動関数の振る舞い，および(3)の結果に基づいて，理由を付して100〜150文字で答えよ。必要に応じて数式を用いること。

5

結晶によるＸ線の回折に関する以下の問いに答えよ。

(1) 立方晶の格子面を図１に示す。これらの格子面のミラー指数 $(h\,k\,l)$ を記せ。

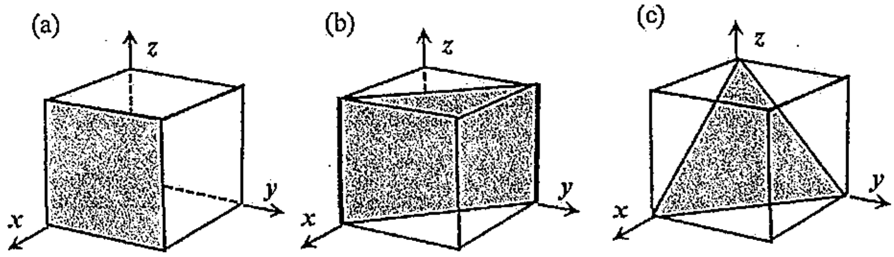


図１

(2) 単位格子のうち，格子点を一つのみ含むものを基本単位格子と呼ぶ。図２に示す面心立方格子の基本単位格子をなす基本並進ベクトル a_1, a_2, a_3 を直交軸方向の単位ベクトル $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ および格子定数 a を使って表せ。

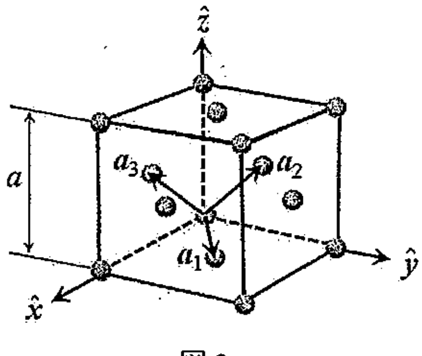


図２

(3) 単位格子の基本並進ベクトル a_1, a_2, a_3 を使用して，逆格子の基本並進ベクトル b_1, b_2, b_3 を

$$b_1 = 2\pi\frac{a_2 \times a_3}{a_1 \cdot (a_2 \times a_3)}, b_2 = 2\pi\frac{a_3 \times a_1}{a_1 \cdot (a_2 \times a_3)}, b_3 = 2\pi\frac{a_1 \times a_2}{a_1 \cdot (a_2 \times a_3)}$$

と定義する。このとき，面心立方格子の逆格子の基本並進ベクトルを直交軸方向の単位ベクトル $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ を使って表せ。また，ここで得られた逆格子の基本並進ベクトルが体心立方格子の基本並進ベクトルになっていることを図を描いて説明せよ。

(4) 図 3 のように，面間隔 d を持つ格子面 (hkl) によって波長 λ の X 線が強く反射され回折が起こる次の二つの条件を考える。

① ブラッグ条件: $2d\sin\theta=\lambda$ 。θ は，X 線の格子面に対する入射角かつ散乱角を表す。

② ラウエ条件: $\Delta\boldsymbol{k}=\boldsymbol{G}$ 。$\Delta\boldsymbol{k}$ は X 線の散乱による波動ベクトル（その方向が波の進行方向に等しくその大きさが $\dfrac{2\pi}{\lambda}$ のベクトル）の変化で与えられる散乱ベクトルであり，$\Delta\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}$（$\boldsymbol{k}$：入射波の波動ベクトル，$\boldsymbol{k}'$：散乱波の波動ベクトル）の関係を満たす。

また，$\boldsymbol{G}=h\boldsymbol{b}_1+k\boldsymbol{b}_2+l\boldsymbol{b}_3$ は逆格子ベクトルである。

上記のラウエ条件とブラッグ条件は等価であることを示せ。なお逆格子ベクトル $\boldsymbol{G}=h\boldsymbol{b}_1+k\boldsymbol{b}_2+l\boldsymbol{b}_3$ は格子面 (hkl) に垂直であり，その面間隔 $d(hkl)$ は $d(hkl)=\dfrac{2\pi}{|\boldsymbol{G}|}$ という関係を満たすことを利用してよい。

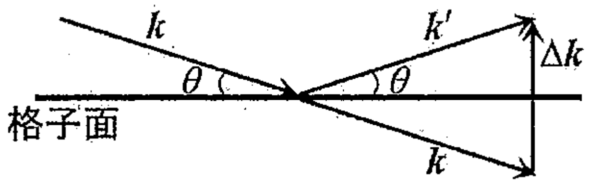


図 3

(5) 単位格子からの X 線の散乱振幅は，構造因子

$$S_G \propto \sum_j \exp(-i\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{r}_j)$$

によって与えられる。ここで，$\boldsymbol{r}_j=x_j\boldsymbol{a}_1+y_j\boldsymbol{a}_2+z_j\boldsymbol{a}_3$ は基本単位格子内の j 番目の原子の位置を表す。このとき，面心立方構造を持つ結晶からの X 線の回折が起こる格子面 (hkl) についての条件（消滅則）を導け。

6

（Ⅰ）Feの低温相（α相もしくはフェライト相，以降α−Feとする）単結晶に対して引張試験を行った。

(1) 解答用紙に記載された単位胞にα−Feの原子位置を描け。

(2) (1)の解答中に(011)面と$[\bar{1}\bar{1}1]$方向を描け。このとき，解答用紙に描いた方向や面の指数を書き込むこと。また，方向が解答用紙に記載された単位胞をはみ出すときは補助線を描き込むこと。

(3) (2)に示した面と方向はα−Feのすべり系の一つである。$[\bar{1}12]$方向に6.0 MPaの応力が加えられたとき，(2)に示したすべり系に働く剪断応力を求めよ。

（Ⅱ）直径20 mmの無配向性の円柱状多結晶α−Fe試料に対して引張試験を行った。ひずみ計を用いて測定した結果を次ページに示す。

(1) 試料に65 kNの負荷がかかっているとき試料は弾性域にあった。この状態での試料の公称ひずみは0.1 %であった。この試料のヤング率を求めよ。

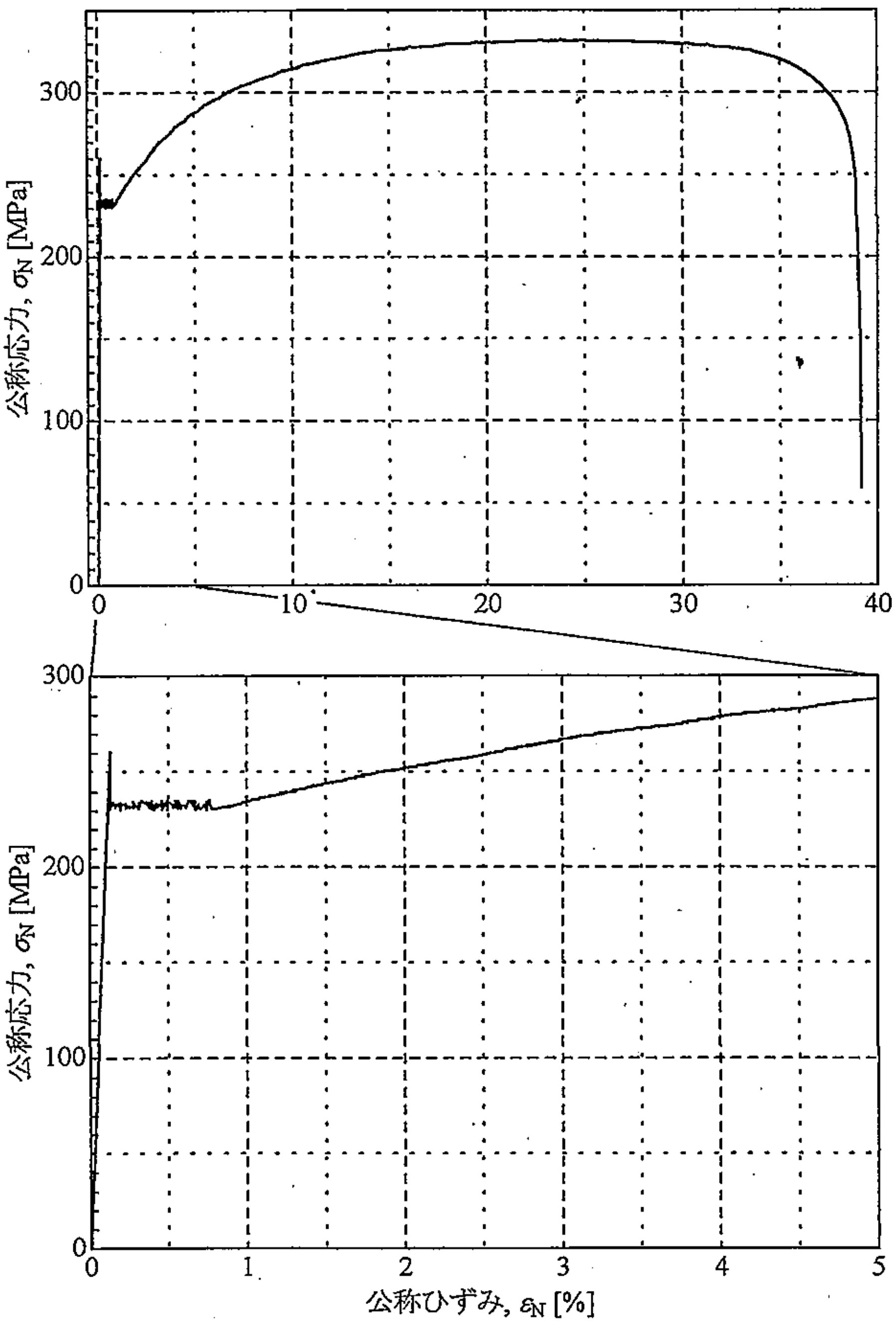
(2) この試料の上降伏応力（上降伏点），下降伏応力（下降伏点）と引張強さを図から求めよ。

(3) この試料の降伏応力を上げる手法を二つ述べよ。また，その原理を転位の移動に関係づけて簡単に説明せよ。

注意：無理数は下に示す換算表の値を用い，これらを残したまま解答しないこと。各数値の有効数字は2桁とする。

無理数換算表

$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{11}$	π
1.4	1.7	2.2	2.6	3.3	3.1



公称応力, σN [MPa]
0
100
200
300
0
10
20
30
40
公称応力, σN [MPa]
0
100
200
300
0
1
2
3
4
5
公称ひずみ, εN [%]