平成30年度入試【編入学一般入試】問題

数　　学

（総合理工学部 数理・情報システム学科 数理系）

注　意

1　問題紙は指示があるまで開いてはならない。

2　問題紙は２ページである。解答用紙は４枚である。

指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。

3　解答はすべて解答用紙の所定のところに記入すること。

4　解答用紙は持ち帰ってはいけない。

5　試験終了後，問題紙は持ち帰ること。

平成30年度編入試験問題

問題 1.

1. （この問題の解答は $\boxed{\text{問題1 (1枚目)}}$ に記入すること。）

1.1. 正則行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ。

1.2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -4 & -4 \\ 3 & 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ とする。線形写像 $f_A : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ を $f_A(\mathrm{x}) = A\mathrm{x}$ と定める。また, $A = [\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3, \mathrm{a}_4, \mathrm{a}_5]$ を A の列ベクトルへの分割とする。すなわち,

$$\mathrm{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathrm{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathrm{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, \mathrm{a}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \mathrm{a}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

とする。$W = \langle \mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3, \mathrm{a}_4, \mathrm{a}_5 \rangle$ を $\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3, \mathrm{a}_4, \mathrm{a}_5$ で張られる $\mathbb{R}^4$ の部分空間とする。次の問いに答えよ。

(1) $f_A(\mathbb{R}^5) = W = \langle \mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3, \mathrm{a}_4, \mathrm{a}_5 \rangle$ となることを示せ。

(2) $\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2, \mathrm{a}_3, \mathrm{a}_4, \mathrm{a}_5$ の中から, W を生成する最小個数のベクトルの組を1組求めよ。また, W の次元を述べよ。

(3) f_A の核 $\mathrm{Ker} f_A$ の基底を1組求めよ。

2. （この問題の解答は $\boxed{\text{問題1 (2枚目)}}$ に記入すること。）

V, W を $\mathbb{R}$ 上のベクトル空間とし, V_1, V_2 を V の部分空間とする。また f を V から W への線形写像とする。次の問いに答えよ。

(1) 線形写像 f は V の零ベクトル 0_V を W の零ベクトル 0_W に写すことを示せ。

(2) f の像 $\mathrm{Im} f$ は W の部分空間であることを示せ。

(3) $V_1 \cap V_2$ は V の部分空間であることを示せ。

問題 2.

1. (この問題の解答は $\boxed{\text{問題 2 (1 枚目)}}$ に記入すること。)

$f(x) = -\log\cos x$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ のマクローリン展開を 2 次の項まで求めよ。

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{f(x)}$ を求めよ。

(3) $-\pi/2 < x < \pi/2$ のとき，$f(x) \geq x^2/2$ であることを示せ。

(4) 曲線 $y = f(x)$ の，$0 \leq x \leq \pi/3$ の部分の長さを求めよ。

2. (この問題の解答は $\boxed{\text{問題 2 (2 枚目)}}$ に記入すること。)

2.1. $z = f(x, y)$，$x = \dfrac{1}{2}(u - v)$，$y = \dfrac{1}{2}(u + v)$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ と $\dfrac{\partial z}{\partial v}$ を，$\dfrac{\partial z}{\partial x}$ と $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ を用いて表せ。

(2) $\dfrac{\partial z}{\partial x} - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$ ならば，1 変数関数 g が存在して $z = g(x + y)$ と表せることを示せ。

2.2. $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x - y \leq 1, 0 \leq x + y \leq \pi\}$ とするとき，重積分

$$\iint_D (x - y)\cos(x^2 - y^2)\,dxdy$$

の値を求めよ。