

平成31年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

[教 育 学 部
人 生 物 間 資 科 源 科 学 学 部]

注 意

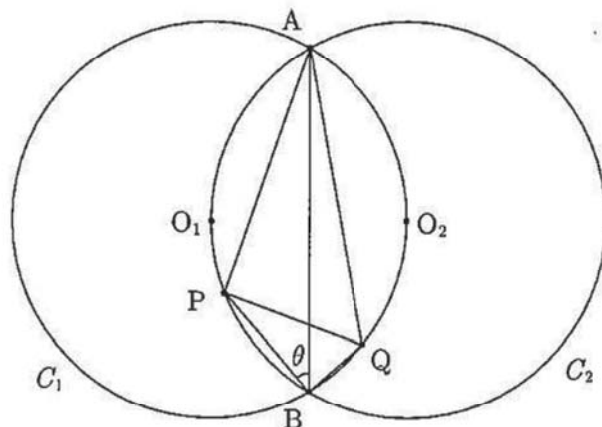
1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は3枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 a, b を実数の定数とする。次の問いに答えよ。

- (1) 2次方程式 $x^2 + (a+1)x + (a^2 - 1) = 0$ が実数解をもつとき、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 2次方程式 $x^2 + (a+1)x + (a^2 - 1) = 0$ が実数解をもつようなすべての a に対して、2次方程式 $x^2 + ax + (ab - 1) = 0$ は必ず実数解をもつとする。このとき、 b の値の範囲を求めよ。

2 平面上に、2点 A と B とで交わる2つの円 C_1, C_2 がある。 C_1, C_2 の半径はともに1であり、 C_1 の中心 O_1 は C_2 上、 C_2 の中心 O_2 は C_1 上にあるとする。 C_2 の O_1 を含む方の弧 AB 上を点 P が、 C_1 の O_2 を含む方の弧 AB 上を点 Q が、 $\angle PAQ = 30^\circ$ をみたとしながら動くとする。ただし、点 P が点 B に一致する場合は考えないとする。 $\theta = \angle ABP$ とおくと、次の問いに答えよ。

- (1) $\angle APB = \angle AQB = 120^\circ$ を示し、さらに $\angle ABQ$ を θ を用いて表せ。
- (2) 線分 AB の長さを求めよ。
- (3) 線分 AP, AQ の長さをそれぞれ θ を用いて表せ。
- (4) 点 P が O_1 から B まで動くとき、 $\triangle APQ$ の面積の最大値を求めよ。



3 a, b を実数とし、関数 $f(x) = (x - a)(x - b)$ を考える。

$$I_1 = \int_0^1 f(x) dx, \quad I_2 = \int_0^1 \{f'(x)\}^2 dx$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $4I_1 \leq I_2$ が成り立つことを示せ。
- (2) I_2 の最小値を求めよ。また、 I_2 が最小値をとるための条件を a, b を用いて表せ。
- (3) a, b が $0 < a < b$ および (2) で求めた条件をみたすとき、 x 軸、 y 軸と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積 S_1 と、 x 軸と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積 S_2 が等しくなるような a, b の値を求めよ。