

平成31年度入試
個別学力試験問題（前期日程）

数 学

物	理	・	マ	テ	リ	ア	ル	工	学	科
物	地	質	球	化	科	ザ	電	学	学	科
地	知	情	報	気	子	イ	ン	学	学	科
機	能	・	電	ザ	イ	ン	学	学	学	科
建	機	械	デ	ザ	イ	ン	学	学	学	科
	築	築								

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ，解答用紙は3枚です。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面は使わないでください。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。
小問に分けられているときは，小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の無限級数の和を求めよ。

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + \cdots$$

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \begin{cases} \frac{1}{(n+3)(n+5)} & (n \text{ が奇数のとき}) \\ \frac{-1}{(n+4)(n+6)} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

と定める。このとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の和を求めよ。

2 関数 $f(x)$ ($x > 0$) と正の定数 a に対して、等式

$$\int_a^x f(t) dt = (\log x)^2 - 2 \log x - 8$$

が成り立っているとする。ただし、対数は自然対数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) 上の等式をみたす a をすべて求めよ。

(3) $x > 0$ のとき、 $\log x < \sqrt{x}$ であることを示し、極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ。

(4) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べ、そのグラフをかけ。

3 平面上に、2点AとBとで交わる2つの円 C_1, C_2 がある。 C_1, C_2 の半径はともに1であり、 C_1 の中心 O_1 は C_2 上、 C_2 の中心 O_2 は C_1 上にあるとする。 C_2 の O_1 を含む方の弧AB上を点Pが、 C_1 の O_2 を含む方の弧AB上を点Qが、 $\angle PAQ = 30^\circ$ をみたしながら動くとする。ただし、点Pが点Bに一致する場合は考えないとする。 $\theta = \angle ABP$ とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\angle APB = \angle AQB = 120^\circ$ を示し、さらに $\angle ABQ$ を θ を用いて表せ。
- (2) 線分ABの長さを求めよ。
- (3) 線分AP, AQの長さをそれぞれ θ を用いて表せ。
- (4) 点Pが O_1 からBまで動くとき、 $\triangle APQ$ の面積の最大値を求めよ。

