

平成31年度入試【推薦入試Ⅰ】

小論文

(総合理工学部 数理科学科)

注 意

- 1 問題紙は、指示があるまで開いてはならない。
- 2 問題紙 2 ページ，解答用紙 4 枚である。
指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
- 3 解答は，すべて解答用紙の所定のところに記入すること。
- 4 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
- 5 問題紙は，持ち帰ること。

問題 1 (この問題の解答は解答用紙 1 に記入すること)

次の問いに答えよ。

- (1) $\triangle ABC$ と点 P が, $2\overrightarrow{PB} + 3\overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AP}$ を満たしている。このとき, 面積の比 $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ で $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ が成り立つとする。このとき, $\triangle ABC$ はどんな三角形か。
- (3) 空間内に 4 点 O, A, B, C がある。 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OB} \perp \overrightarrow{CA}$ ならば, $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB}$ となることを示せ。

問題 2 (この問題の解答は解答用紙 2 に記入すること)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = n(n+1)(n+2) \cdots (n+11)$$

であるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対し, 次の等式をみたす数 c を求めよ。

$$\frac{c}{n(n+1)(n+2) \cdots (n+10)} = \frac{1}{n(n+1)(n+2) \cdots (n+9)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3) \cdots (n+10)}$$

- (2) 一般項 a_n を求めよ。
- (3) すべての自然数 n に対し, 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} < \frac{1}{120 \times 10!}$$

問題3 (この問題の解答は解答用紙3に記入すること) 次の問いに答えよ。

1. 次の関数を微分せよ。

(a) $(x^2 - x + 1)^4$

(b) $\sqrt{3 + \cos x}$

2. 次の不定積分を求めよ。

(a) $\int (\sin x)^{2018} \cos x dx$

(b) $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$

問題4 (この問題の解答は解答用紙4に記入すること)

関数 $f(x) = x \log x$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数である。

(a) $f(x)$ の増減と凹凸を調べ、グラフの概形を描け。 $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$ であることを用いてよい。

(b) 点 $(0, -e)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線 l の方程式を求めよ。

(c) $y \geq 0$ の範囲において曲線 $y = f(x)$ 、直線 l および x 軸で囲まれた領域の面積を求めよ。