令 和 2 年 度 入 試

個別学力試験問題(前期日程)

数　　学

［教育学部
人間科学部
生物資源科学部］

注　意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は 2 ページ，解答用紙は 3 枚です。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 答えはすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。小問に分けられているときは，小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，問題紙は持ち帰ってください。

$\boxed{1}$ a, b を実数とする。次の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y = x^2 + ax + b$ を原点について対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(2) 点 $(-1,\ -3)$ を通る放物線 $y = x^2 + ax + b$ は，x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動すると，直線 $y = x$ に接するとする。このとき，a, b の値の組をすべて求めよ。

(3) 2 次方程式 $x^2 - 2ax + b + 6a - 9 = 0$ が 2 つの実数解 α, β をもち，α, β が $|\alpha - \beta| = 2$ かつ $1 < \alpha$，$1 < \beta$ をみたすような点 $(a,\ b)$ 全体の集合を図示せよ。

$\boxed{2}$ 座標平面上に 3 点 A，B，P があり，各点 A，B，P の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$ とする。$\vec{n}$ を単位ベクトルとする。点 A を通り，$\vec{n}$ に垂直な直線を g_1 とし，点 B を通り，$\vec{n}$ に垂直な直線を g_2 とする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 g_1 に関して点 P と対称な点を Q とする。点 Q の位置ベクトルを $\vec{q}$ とするとき，

$$\vec{q} = \vec{p} + 2(\vec{n}\cdot\vec{a} - \vec{n}\cdot\vec{p})\,\vec{n}$$

であることを示せ。

(2) (1) の点 Q と直線 g_2 に関して対称な点を R とする。点 R の位置ベクトルを $\vec{r}$ とするとき，$\vec{r}$ を $\vec{p}$，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{n}$ を用いて表せ。

$\boxed{3}$ $a > 0$ とし，関数 $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - a^2x$ を考える。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, 0)$ における接線を ℓ_0 とする。また，$b > 0$ とし，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(b, f(b))$ における接線を ℓ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) ℓ_0 の方程式を求めよ。

(2) ℓ_0 と ℓ が直交するとき，b を a を用いて表せ。

(3) ℓ_0 と ℓ が直交するとき，曲線 $y = f(x)$ $(0 \leqq x \leqq b)$ と 2 直線 ℓ_0，ℓ で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を a を用いて表せ。

(4) $S(a)$ を (3) と同じとする。$S(a)$ の最小値を求めよ。