

「数学:総合理工学部(数理科学科)」出題意図, 解答例

【出】は「出題意図」を, 【解】は「解答又は解答例」を表す。

【解】はいずれも略解である。

1 【出】ベクトル(数B), 無限級数(数III)に関する理解を問う。

【解】

$$(1) |\overrightarrow{OA_n}| = \frac{1}{2^n}$$

$$(2) a_n = \frac{\sqrt{21}}{3 \cdot 2^{n+1}}, b_n = -\frac{\sqrt{21}}{3 \cdot 2^{n+1}}$$

$$(3) \frac{\sqrt{21}}{18}$$

2 【出】ベクトルと平面図形に関する理解を問う。

【解】

(1) (例) $\triangle OHB$ と $\triangle CHB$ において, 直線 OC は $\angle AOB$ の二等分線であるから,

$$\angle BOH = \angle KOH = 30^\circ \quad (A)$$

$OA \parallel BC$ であるから, 錯角は等しく, (A) により

$$\angle BCH = \angle KOH = 30^\circ \quad (B)$$

$BH \perp OC$ より

$$\angle BHO = \angle BHC = 90^\circ \quad (C)$$

(B), (C) と, 三角形の内角の和が 180° であることから

$$\angle OBH = \angle CBH = 60^\circ \quad (D)$$

ここで, BH は $\triangle OHB, \triangle CHB$ の共通の辺であり, (C), (D) によりその両端の2角が互いに等しくなっているから, $\triangle OHB$ と $\triangle CHB$ は合同である。

$$(2) s = \frac{2}{3}, t = 1$$

$$(3) u = \frac{2}{3}, v = \frac{1}{3}$$

$$(4) |\overrightarrow{OL}| = \frac{2\sqrt{13}}{3}$$

3 【出】 対数関数，二次関数，数列，漸化式に関する理解を問う。

【解】

(1) $y < x$ かつ $y > (\sqrt{2} - 1)x$ をみたす座標平面上の点 (x, y) 全体を図示する。

(2) $x > 0$ かつ $3x - 4 < y < \frac{3}{2}x^2 + 3x - 4$ をみたす座標平面上の点 (x, y) 全体を図示する。 $y = \frac{3}{2}x^2 + 3x - 4$ のグラフは $(0, -4)$ で接線 $y = 3x - 4$ をもち， $x > 0$ で $\frac{3}{2}x^2 + 3x - 4 > 3x - 4$.

(3) $a_n = e^{(\frac{3}{5})^{n-1} + 1}$

4 【出】 媒介変数表示された平面上の動点の軌跡，三角関数の微積分に関する基本的な知識を問う。

【解】

(1) $\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = (2\sqrt{2}\cos t, \cos 2t)$

(2) $t = \frac{1}{8}\pi, \frac{5}{8}\pi$

(3) $\pi - \frac{\sqrt{2}}{2}$