

令和2（2020）年度

島根大学大学院自然科学研究科博士前期課程

理工学専攻

（物理・マテリアル工学コース）

入試問題

【 物理 】

注 意

- 1 問題紙は、指示があるまで開いてはならない。
- 2 問題紙6ページ，解答用紙6枚である。
指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入すること。
- 3 解答は，解答用紙に清書すること。
- 4 問題1から4までの4問は必須問題とする。問題5と6は選択問題とし，いずれか1問を選んで解答すること。また，選択した問題の解答用紙には所定欄に○を記入すること。
- 5 解答用紙はすべて回収するので持ち帰らないこと。
- 6 問題紙は，持ち帰ること。

理工学専攻
(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

1

図1のような半径 a , 高さ h , 質量 M の密度が一様な円柱がある。この円柱が, 図2のように水平面とのなす角 θ の摩擦のある斜面上を滑らずに転がる運動を考える。円柱が斜面から受ける摩擦力の大きさを F , 斜面に沿って下向きを正としたときの円柱の重心の速さを v とし, 紙面に対して反時計回りを正としたときの円柱の角速度を ω とする。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

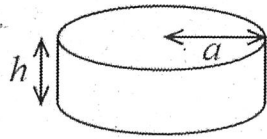


図1

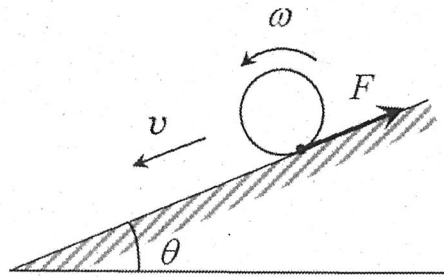


図2

- (1) 図1の円柱の中心軸に関する慣性モーメントが $I = \frac{1}{2} Ma^2$ となることを示せ。
- (2) 斜面に沿った, 円柱の重心の運動方程式を示せ。
- (3) 円柱の重心を中心とする回転についての運動方程式を示せ。
- (4) 摩擦力の大きさ F を M, g, θ を用いて表せ。

理工学専攻
(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

2

問1

図1に示すように、真空中に置かれた半径 R [m] の無限に長い円柱の内部に、一様な体積電荷密度 ρ [C/m³] で電荷が分布している。半径 r [m]、長さ ℓ [m] の同軸の円柱の閉曲面を仮想し、円柱内部および真空の誘電率を ϵ_0 [F/m] とし、以下の問いに答えよ。

- (1) 円柱内部 ($r \leq R$) の電場の大きさ E [V/m] を求めよ。
- (2) 円柱外部 ($r > R$) の電場の大きさ E [V/m] を求めよ。

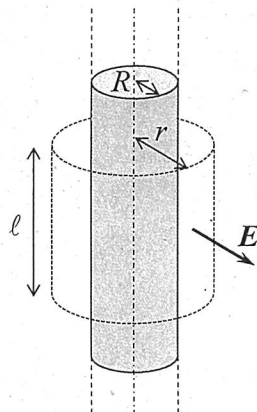


図1

問2

図2に示すように、真空中に長さ 2ℓ [m]、 y 方向に一様な線密度 λ [C/m] の直線状電荷がある。真空の誘電率を ϵ_0 [F/m] とし、以下の問いに答えよ。

- (1) 原点 O から x 軸方向に r だけ離れた点 P における電位

φ_P が、 $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \log\left(\frac{\ell + \sqrt{\ell^2 + r^2}}{r}\right)$ [V] となることを示せ。

- (2) $r \gg 2\ell$ の場合、電位 φ_P が $\frac{\lambda\ell}{2\pi\epsilon_0 r}$ [V] となることを示せ。

必要に応じて、 $\log(1+x) \cong x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$ ($0 < x \ll 1$)

の関係式を用いよ。

- (3) $r \ll 2\ell$ のときの電場の大きさ E [V/m] を求め、問1の(2)の結果と比較せよ。

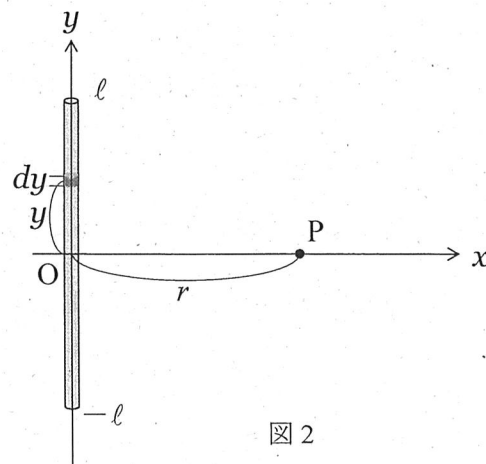
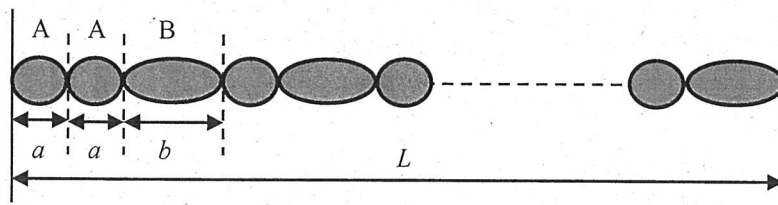


図2

理工学専攻
(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

3

A相, B相の2つの安定相を持つ N 個の分子が一直線につながって長さ L の高分子を形成しているとする。この分子はA相ではエネルギーは0で長さは a であり, B相ではエネルギーは $\varepsilon (>0)$ で長さは b であるとする(下図参照)。また隣接する分子の間の相互作用は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。



- (1) 全エネルギー E が $n\varepsilon$ のときに, この高分子が取れる状態の数 W_n を求めよ。但し, n は $N > n \gg 1$ を満たす整数とする。
- (2) このときのエントロピー S を, スターリングの公式 ($\log x! \cong x \log x - x$) を用いて求めよ。
- (3) 統計力学的温度の定義 $\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T}$ を用いて, エネルギー E を温度の関数として求めよ。

(ヒント: 今の場合, $\frac{\partial}{\partial E} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{\partial n}$ である。)

- (4) (3)の結果から温度 T におけるこの高分子の長さ L を求めよ。
- (5) 低温の極限 ($T \rightarrow 0$) での長さ L を求めよ。また, その物理的意味を述べよ。
(ヒント: A相, B相それぞれの分子数は絶対零度でどうなるか, またなぜそうなるか考えよ。)
- (6) 高温の極限 ($T \rightarrow \infty$) での長さ L を求めよ。また, その物理的意味を述べよ。

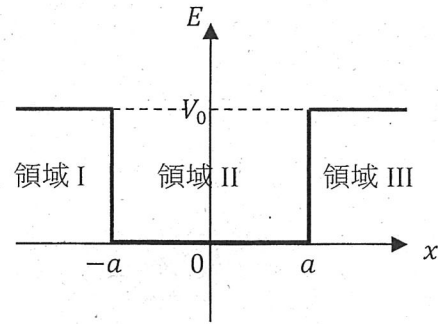
理工学専攻
(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

4

1次元 x 軸上で、右図のように次の $V(x)$ で表されるポテンシャル中で運動する質量 m の粒子を考える。

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & (x < -a) & \text{領域 I} \\ 0 & (-a \leq x \leq a) & \text{領域 II} \\ V_0 & (x > a) & \text{領域 III} \end{cases}$$

ここで V_0, a は定数である。 $x \rightarrow \pm\infty$ で粒子は存在しない。粒子のエネルギーを E とし、 $0 < E < V_0$ の条件の下で以下の問いに答えよ。



- (1) 領域 II の波動関数を φ_{II} として、Schrödinger 方程式を書き、一般解を求めよ。必要ならば、 $k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$ を用い、任意定数は各自で与えること。
- (2) 領域 I および領域 III の波動関数をそれぞれ φ_I, φ_{III} として、Schrödinger 方程式を書きそれぞれの一般解を求めよ。必要ならば、 $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$ を用い、任意定数は各自で与えること。
- (3) $V(x)$ が偶関数であることと、1次元系ではエネルギー固有値が縮退しないことを利用すると、波動関数は偶関数あるいは奇関数のどちらかでなければならない。これを踏まえて、偶関数の場合の、領域 II の波動関数の一般解を求めよ。
- (4) 領域 I, 領域 III の一般解について、 $x \rightarrow \pm\infty$ での φ_I, φ_{III} の振る舞いに注意して、波動関数が偶関数の場合の φ_I, φ_{III} の任意定数の間の関係について述べよ。
- (5) 波動関数が偶関数の場合、 $x = a$ での φ_{II} と φ_{III} が満たすべき条件から、 $\xi = k_1 a, \eta = k_2 a$ を用いることで、以下の ξ と η の関係式、

$$\eta = \xi \tan \xi$$

が成り立つことを示せ。

- (6) (5)の関係式を横軸 ξ 、縦軸 η のグラフとして図示し、さらに ξ と η の関係式、

$$\xi^2 + \eta^2 = \frac{2mV_0 a^2}{\hbar^2}$$

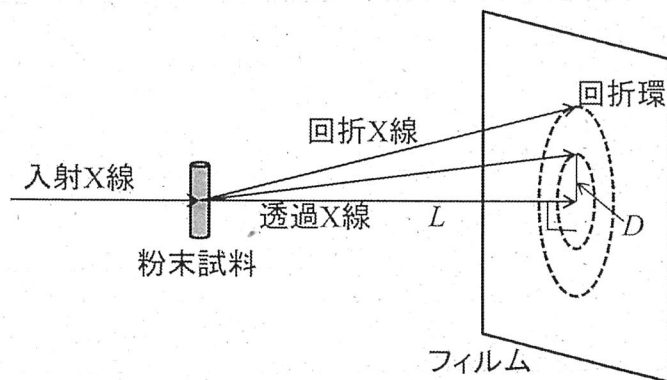
も同じグラフに図示することで、必ず基底状態が存在することを説明せよ。

理工学専攻
(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

5

面心立方構造を持つアルミニウムの粉末をガラス製の筒に入れた試料(以降, 粉末試料と呼ぶ)を作製し, 図のように粉末試料に X 線を照射する実験を行った。この実験では入射 X 線と垂直になるようにフィルムが設置されており, 粉末試料により回折された X 線はこのフィルム上に記録される。このとき, 回折した X 線は, フィルム上において透過した X 線を中心として複数の同心円として観察された(以降, これらを回折環と呼ぶ)。この実験で用いた X 線は単一波長で波長は 0.154 nm , 測定時の粉末試料の温度は室温 (25°C) であった。また, 室温におけるアルミニウムの格子定数を $a = 0.405 \text{ nm}$ とする。

- (1) 解答用紙に破線で描かれた単位格子にアルミニウムの原子位置を描き込め。
- (2) ある結晶面(hkl)において X 線回折が起こる条件を, 結晶面(hkl)の面間隔 d , X 線の波長 λ および回折角 θ を使って示せ。ここで回折が起こる面と X 線の入射方向がなす角度を回折角と定義する。
- (3) 解答用紙に記載された室温での面間隔表の空欄に, この実験で予測される数値を書き込め。
- (4) この X 線回折実験で現れる回折環の半径 D を, 試料とフィルムとの最短距離 L および回折角 θ を使って示せ。また, そうなる理由も説明せよ。
- (5) 試料の温度を 500°C まで上昇させた。温度を上昇させたことにより回折環はどのように変化したか, 理由を含めて解答せよ。
- (6) 試料を面心立方構造を持つ銅に変えて X 線回折実験を行った。試料の温度は室温に保たれており, 室温における銅の格子定数は $a = 0.361 \text{ nm}$ とする。試料を銅に変えたことにより回折環はどのように変化したか, 理由を含めて解答せよ。



理工学専攻

(物理・マテリアル工学コース) 物理学 問題

6

鉛-スズ合金（以降 Pb-Sn 合金）の二元系状態図を図に示す。鉛とスズの原子量をそれぞれ 207 と 119 とし、以下の問いに答えよ。解答の有効数字は 2 桁とする。

- (1) Pb-Sn 合金の共晶温度を答えよ。
- (2) 最も凝固開始温度が低くなる Pb-Sn 合金の組成を質量パーセントで示せ。
- (3) Pb-50mass%Sn 合金を 350°C から 200°C まで徐冷したところ、固相と液相の二相共存状態となった。液相に含まれるスズの濃度を質量パーセントで答えよ。
- (4) (3)の時の固相の種類と固相に含まれるスズの濃度を質量パーセントで答えよ。
- (5) (3)の時、合金 100 g あたりの固相の質量を求めよ。
- (6) Pb-10at%Sn 合金を 100 g 作製したい。試料作製に必要なスズの質量を求めよ。
- (7) (6)の合金を 350°C から 150°C まで徐冷した。徐冷後に現れる相をすべて示せ。固相の場合はその種類も示すこと。

