令 和 3 年 度 入 試
個別学力試験問題(前期日程)

数　　　学

[物理・マテリアル工学科
物　質　化　学　科
地　球　科　学　科
知能情報デザイン学科
機械・電気電子工学科
建築デザイン学科]

注　意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ，解答用紙は4枚です。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 問題 $\boxed{1}$ と $\boxed{2}$ は必答問題，問題 $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ は選択問題です。$\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ のいずれか1問を選択し，解答用紙の選択欄に○印を記入の上，解答してください。選択欄の○印が $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ の両方に記入されている場合，又はどちらにも記入されていない場合は，選択問題の得点は0点として取り扱います。
4. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。小問に分けられているときは，小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後，問題紙は持ち帰ってください。

$\boxed{1}$ 【必答問題】1辺の長さが1の正五角形ABCDEの対角線ACの長さをaとする。次の問いに答えよ。

(1) $\angle \mathrm{ABC}$，$\angle \mathrm{BAC}$の大きさを求めよ。

(2) $a = 2\cos 36^\circ$となることを示せ。

(3) $a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ および $\cos 36^\circ = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$ となることを示せ。

(4) $\cos 18^\circ = \dfrac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ となることを示せ。

$\boxed{2}$ 【必答問題】p，qを自然数とし，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$を漸化式

$$\begin{cases} a_1 = p \\ b_1 = q \end{cases}, \qquad \begin{cases} a_{n+1} = pa_n + qb_n \\ b_{n+1} = qa_n + pb_n \end{cases} \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a_2，b_2，a_3，b_3をp，qを用いて表せ。

(2) 数列$\{a_n + b_n\}$，$\{a_n - b_n\}$の一般項を求めよ。

(3) 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の一般項を求めよ。

(4) すべての自然数mに対してa_{2m-1}はpの倍数であることを数学的帰納法を用いて示せ。

$\boxed{3}$ 【選択問題】複素数平面上の異なる 3 点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$，$\mathrm{C}(\gamma)$ は $\mathrm{AB} = \mathrm{AC}$ かつ $\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{2\pi}{n}$ (n は 3 以上の自然数) をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) $n = 3$ のとき，$\left|\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}\right|$ と $\arg\left(\dfrac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}\right)$ を求めよ。ただし，

$$-\pi < \arg\left(\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}\right) \leqq \pi$$

とする。

(2) $n = 3$ のとき，$(\gamma - \alpha)^2 + (\gamma - \alpha)(\beta - \alpha) + (\beta - \alpha)^2 = 0$ が成り立つことを示せ。

(3) 3 以上の自然数 n に対し，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(\gamma - \alpha)^{n-k}(\beta - \alpha)^{k-1} = 0$ が成り立つことを示せ。

$\boxed{4}$ 【選択問題】$f(x) = \dfrac{3x + 1}{2x + 1}$ とおく。曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x$ との交点を (α, α), (β, β) $(\alpha < \beta)$ とする。 次の問いに答えよ。

(1) α と β を求めよ。

(2) $\alpha \leqq x \leqq \beta$ において曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x$ によって囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) 点 $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ に関して曲線 $y = f(x)$ と対称な曲線の方程式を求めよ。