

令和 3 年度 入 試
個別学力試験問題(後期日程)

数 学

[数 理 科 学 科]

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は 3 ページ，解答用紙は 5 枚です。指示があってから確認し，解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 問題 1 ~ 3 は必答問題，問題 4 と 5 は選択問題です。
4 と 5 のいずれか 1 問を選択し，解答用紙の選択欄に○印を記入の上，解答してください。選択欄の○印が 4 と 5 の両方に記入されている場合，又はどちらにも記入されていない場合は，選択問題の得点は 0 点として取り扱います。
4. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き，結論を明示してください。小問に分けられているときは，小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後，問題紙は持ち帰ってください。

1 【必答問題】 a を実数とする。 x の 2 次関数 $y = x^2 + 2ax + (2a^2 - 3a + 2)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この 2 次関数のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) $y > 0$ がすべての実数 x に対して成り立つような a の値の範囲を求めよ。
- (3) 0 以上のすべての実数 x に対して $y > 0$ となることを示せ。

2 【必答問題】 座標平面上に 1 辺の長さが 1 の正 7 角形 $OP_1P_2P_3P_4P_5P_6$ がある。ただし、 O は原点とする。また、 P_1 は x 軸上にあり、 P_2 は第 1 象限にあるものとする。次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OP_1}$ を成分表示せよ。また各頂点の外角を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{P_1P_2} = \left(\cos \frac{a_1\pi}{7}, \sin \frac{a_2\pi}{7} \right)$, $\overrightarrow{P_2P_3} = \left(\cos \frac{a_3\pi}{7}, \sin \frac{a_4\pi}{7} \right)$,
 $0 \leq a_i < 14 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$

とするとき、 a_1, a_2, a_3, a_4 を求めよ。

- (3) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} + \cos \frac{8\pi}{7} + \cos \frac{10\pi}{7} + \cos \frac{12\pi}{7}$ を求めよ。
- (4) $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{7\pi}{7} + \cos \frac{9\pi}{7} + \cos \frac{11\pi}{7} + \cos \frac{13\pi}{7}$ を求めよ。

3 【必答問題】 n を 2 以上の整数とする。正の整数 r に対して、

$$(2n - 2)r + 1 \leq k \leq 2nr$$

をみたす整数 k 全体の集合を $B^n(r)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $r = 1, 2, 3, 4$ のそれぞれに対して $B^n(r)$ を要素を具体的に書き並べる方法で表せ。
- (2) $B^n(r) \cap B^n(r + 1) = \emptyset$ となる最大の r を求めよ。
- (3) $B^n(1), B^n(2), B^n(3), \dots$ のいずれにも属さない正の整数の個数を a_n とする。 a_n を求めよ。

□4 【選択問題】 次の問いに答えよ。

(1) すべての自然数 n に対し、 $\sum_{k=1}^n 2k = n(n+a)$ であるような定数 a を求めよ。

(2) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2+4+\cdots+2n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} + \cdots$$

の和を求めよ。

(3) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+5+\cdots+(2n+1)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3+5} + \frac{1}{3+5+7} + \cdots$$

の和を求めよ。

□5 【選択問題】 $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{3}{4}} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$ ($0 < x \leq \frac{4}{3}$) とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値を調べ、そのグラフの概形をかけ。

(2) k を定数とするとき、方程式 $f(x) = k$ の実数解の個数を求めよ。